

ПРОГРАММА
вступительных испытаний для поступающих
в магистратуру по направлению 010100.68 «Математика»
ИМИ СВФУ

«Введение в теорию уравнений смешанного типа»

Постановка первой краевой задачи для эллиптико-параболического уравнения и её единственность. Слабые и сильные решения первой краевой задачи для эллиптико-параболического уравнения. Существование слабого решения первой краевой задачи для эллиптико-параболического уравнения. Постановка краевой задачи и априорная оценка для уравнения смешанного типа. Обобщенная разрешимость краевой задачи для уравнения смешанного типа.

«Основы математического моделирования»

Структурная и параметрическая идентификация математических моделей. Деление задач на прямые и обратные. Классификация обратных задач. Особенности обратных задач. Анализ корректности обратных задач. Некоторые приложения обратных задач. Определение регуляризующего оператора. Вариационный метод построения регуляризующего оператора. Сглаживающий функционал. Постановка граничной обратной задачи в экстремальной форме. Определение градиента функционала. Метод итерационной регуляризации на основе градиентных методов минимизации функционала невязки. Краевая задача для приращения температуры. Приращение функционала невязки. Функционал Лагранжа и ее вариация. Сопряженная краевая задача. Получение формулы для вычисления градиента функционала при решении граничной обратной задачи. Общая схема решения граничной обратной задачи методом градиентной минимизации функционала. Метод сопряженных градиентов для решения обратной задачи теплообмена. Математическое моделирование физических процессов при решении физико-технических проблем Севера.

Литература

1. Алифанов О.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В. Экстремальные методы решения некорректных задач. – Москва: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1988. – 288 с.
2. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979. – 288 с.
3. Романов В.Г. Обратные задачи математической физики. – М.: Наука, 1984. – - 264 с.
4. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. – Москва: наука, 1980. – 520 с.

Дополнительная литература

5. Коздoba Л.А., Круковский П.Г. Методы решения обратных задач теплопереноса. – Киев: Наукова думка, 1982. – 359 с.
6. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П. Некорректные задачи математической физики и анализа. – Москва: Наука, 1980.- 288 с.

7. Алифанов О.М., Вабищевич П.Н., Михайлов В.В. и др. Основы идентификации и проектирования тепловых процессов и систем: Учебное пособие. – М.: Логос, 2001. – 400 с.
8. Старостин Н.П., Тихонов А.Г., Моров В.А., Кондаков А.С. Расчет триботехнических параметров в опорах скольжения. – Якутск: Изд-во ЯНЦ СО РАН, 1999. –276 с.

«Краевые задачи Римана»

Интеграл типа Коши. Определение. Функции, удовлетворяющие условию Гельдера. Главное значение интеграла типа Коши. Предельные значения интеграла типа Коши. Формулы Сохоцкого. Свойства предельных значений интеграла типа Коши. Теорема Привалова. - Перестановка порядка интегрирования в повторном особом интеграле. Формула Пуанкаре- Бертрана. Поведение интеграла типа Коши на концах контура интегрирования и в точках разрыва плотности.

Краевая задача Римана. Некоторые вспомогательные теоремы. Принцип непрерывности. Продолжение по симметрии. Принцип аргумента. Обобщенная теорема Луивилля. Индекс. Определение и основные свойства. Вычисление индекса. Задача Римана для односвязной области. Постановка задачи. Отыскание кусочно-аналитических функций по заданному скачку. Каноническая функция. Решение однородной задачи Римана. Решение неоднородной задачи Римана.

Особые интегральные уравнения с ядром Коши. Особые интегральные уравнения. Характеристическое уравнение. Сведение к краевой задаче Римана.

Параболические уравнения переменного типа. Постановка задачи. Приложение особых интегральных уравнений с ядром Коши для разрешимости краевых задач для параболических уравнений второго порядка с меняющимся направлением времени. Постановка краевой задачи. Единственность. Сведение к особому интегральному уравнению с ядром Коши. Фундаментальное решение. Решение задачи Коши. Выполнение краевых условий для параболических потенциалов двойного слоя. Формулы обращения интегральных операторов Абеля. Исследование особого интегрального уравнения с ядром Коши.

«Дополнительные главы дискретной математики»

Определение графов, разновидности графов. Способы задания графов. Связь графов с бинарными отношениями. Связные графы. Деревья. Планарность. Укладка графов в трёхмерном пространстве. Двудольные графы. Раскраски графов. Понятие жадного алгоритма. Алгоритмы поиска на графах. Алгоритмы нахождения остова экстремального веса. Алгоритмы раскрасок графа.

«Основы математического моделирования в гидромеханике»

Уравнения движения идеальной жидкости и газа и их первые интегралы: идеальная жидкость и газ, уравнения движения идеальной жидкости, уравнения Эйлера, интегралы Бернулли и Лагранжа-Коши.

Плоско-параллельное движение идеальной несжимаемой жидкости: постоянное и пропорциональное движение, компонентный метод решения, метод

обтекание круглого цилиндра неограниченной длины, парадокс Даламбера; обтекание с циркуляцией круглого цилиндра.

Элементы динамики вязкой жидкости: линейная вязкая жидкость, закон Навье-Стокса, динамические уравнения Навье-Стокса; прямолинейно-параллельное течение вязкой несжимаемой жидкости в круглой цилиндрической трубе, закон Пуазейля, число Рейнольдса, ламинарные и турбулентные течения; стекание слоя вязкой несжимаемой жидкости по наклонной плоскости.

Основная и дополнительная литература.

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т.2, М.: Наука, 1983.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1970.
4. Механика сплошных сред в задачах (под ред.М.Э. Эглит). Т.1-2, М.: «Московский лицей», 1996.
5. Слезкин Н.А. Лекции по гидромеханике. Изд-во МГУ, 1984.
6. Т. фон Карман Избранные темы в их историческом развитии. Ижевск: РХД, 2001.
7. Г. Гельмгольц Основы вихревой теории. М., Ижевск, Институт компьютерных исследований, 2002.

ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ

«Введение в теорию уравнений смешанного типа»

- Постановка первой краевой задачи для эллиптико-параболического уравнения и её единственность.
- Слабые и сильные решения первой краевой задачи для эллиптико-параболического уравнения.
- Существование слабого решения первой краевой задачи для эллиптико-параболического уравнения.
- Постановка краевой задачи и априорная оценка для уравнения смешанного типа.
- Обобщенная разрешимость краевой задачи для уравнения смешанного типа.

«Основы математического моделирования»

- Структурная и параметрическая идентификация математических моделей.
- Деление задач на прямые и обратные. Классификация обратных задач.
- Особенности обратных задач. Анализ корректности обратных задач.
- Вариационный метод построения регуляризующего оператора.
- Сглаживающий функционал.
- Функционал Лагранжа и ее вариация.
- Сопряженная краевая задача.
- Общая схема решения граничной обратной задачи методом градиентной минимизации функционала.
- Метод сопряженных градиентов для решения обратной задачи теплообмена.

«Краевые задачи Римана»

- Формулы Сохоцкого.
- Задача Римана для односвязной области. Постановка задачи.
- Решение однородной задачи Римана.
- Решение неоднородной задачи Римана.
- Особые интегральные уравнения. Характеристическое уравнение. Сведение к краевой задаче Римана.

«Дополнительные главы дискретной математики»

- Теорема о укладываемости конечного графа в трехмерное пространство.
- Лемма об оценке числа компонент через число вершин и рёбер графа.
- Теорема Кенига.

«Основы математического моделирования в гидромеханике»

- Идеальные жидкость и газ, уравнения идеальной жидкости.
- Интегралы Бернулли и Лагранжа-Коши.

- Плоско-параллельное движение идеальной несжимаемой жидкости, потенциальные движения, функция тока, комплексный потенциал.
- Потенциальное обтекание круглого цилиндра неограниченной длины, парадокс Даламбера.
- Линейная вязкая жидкость, динамические уравнения Навье-Стокса.

КРИТЕРИЙ ОЦЕНКИ
по 100-балльной шкале

Оценка «отлично»	-	100 б.
Оценка «хорошо»	-	80 б.
Оценка «удовлетворительно»	-	60 б.

Продолжительность экзамена: 4 часа.

Форма проведения: Устный экзамен по билетам.