Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего профессионального образования

«Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

Институт математики и информатики

**Программа вступительного экзамена в аспирантуру**

**Направление подготовки**

**44.06.01 Образование и педагогические науки**

по профилю «Теория и методика обучения и воспитания (математика)»

Якутск 2015

**Общие положения**

Настоящая программа предназначена для лиц, поступающих в аспирантуру по специальности 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика). Вступительный экзамен служит средством проверки базовых знаний по данной специальности. Овладение предлагаемым теоретическим материалом закладывает методологию поиска в выбранной области исследования и создает условия для целенаправленной подготовки и успешной сдачи вступительного экзамена.

Программа содержит перечень необходимых квалифицикационных требований к усвоению содержания профильных математических дисциплин и дисциплин методического характера.

Материал программы разделен на четыре тематических раздела:математический анализ, алгебра и теория чисел, геометрия, методика преподавания математики, в которых перечислены соответствующие укрупненные дидактические единицы, достаточный уровень владения которыми будущий аспирант должен продемонстрировать во время сдачи вступительного экзамена по указанной специальности.

В целом, содержание программы соответствует предметному содержанию государственных аттестационных экзаменов по математике и по методике преподавания математики для выпускников специалитета и магистратуры по профилю «Математика» направления «Педагогическое образование».

1. **Содержание**

**Раздел 1. Математический анализ**

1. Аксиоматическое построение множества действительных чисел. Различные формулировки аксиомы непрерывности. Изучение действительных чисел в школьном курсе математики.
2. Сходящиеся последовательности в метрических пространствах, их свойства. Числовые последовательности. Изучение последовательностей в школьном курсе математики.
3. Предел функции одной и нескольких переменных. Свойства пределов. Изучение предела функции в школьном курсе математики.
4. Непрерывные функции одной и нескольких переменных: различные определения, свойства. Непрерывные функции в школьном курсе математики.
5. Теорема существования и непрерывности обратной числовой функции. Логарифмическая и степенные функции. Изучение обратных функций в школьном курсе математики.
6. Свойства непрерывных функций одной переменной на промежутке и их использование в школьном курсе математики.
7. Дифференцируемость и дифференциал функций одной и нескольких переменных. Производные функций одной переменной и частные производные функций нескольких переменных, их геометрический смысл. Изучение производной в школьном курсе математики.
8. Основные понятия, связанные с числовыми рядами, признаки сходимости. Приближение функций многочленами. Числовые ряды в школьном курсе математики.
9. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные приёмы интегрирования. Изучение первообразной в школьном курсе математики.
10. Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывной функции. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона - Лейбница. Определенный интеграл в школьном курсе математики.
11. Геометрические и физические приложения определенного интеграла и их использование в школьном курсе математики.

**Раздел 2. Алгебра и теория чисел**

1. Алгебра множеств, алгебра высказываний, алгебра отношений: операции над ними и их свойства.
2. Основные типы бинарных отношений: рефлексивные, антирефлексивные, симметричные, антисимметричные и транзитивные отношения. Граф отношения.

3. Отношения эквивалентности. Примеры отношений эквивалентности. Разбиение множества на классы.

1. Отношения частичного и линейного порядка. Примеры отношений порядка. Отношение порядка на множествах натуральных, целых и рациональных чисел; его свойства.
2. Определение отображения; график отображения. Композиция отображений; ассоциативность композиции, тождественное отображение. Инъективные, сюръективные, биективные и обратимые отображения.
3. Различные определения группы; свойства элементов. Примеры групп: группы симметрии геометрических фигур, группы подстановок, числовые группы.
4. Определения кольца. Примеры колец: целые числа, многочлены, вычеты. Делители нуля и обратимые элементы кольца.
5. Кольцо вычетов по данному модулю. Группа примитивных вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма. Критерий Вильсона.
6. Простые числа, теорема Евклида о бесконечности множества простых чисел, решето Эратосфена. Основная теорема арифметики. НОД и НОК натуральных чисел.
7. Схема Горнера, теорема Безу, алгоритм Евклида в кольце многочленов над полем.
8. Неприводимые многочлены над полем; примеры. Теорема о разложении многочлена в произведение неприводимых нормированных сомножителей; "однозначность" разложения.
9. Определение поля; примеры полей. Поле комплексных чисел. Корни из единицы.
10. Основные теоремы о системах линейных уравнений: теорема о фундаментальной системе решений, критерий совместности, критерий определенности.
11. Определители; их свойства. Теорема о ранге матрицы. Критерий обратимости матрицы. Алгоритмы обращения матрицы. Правило Крамера.

**Раздел 3. Геометрия**

1. Векторы на плоскости и в пространстве. Линейные операции над векторами, координаты векторов. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Применение свойств векторов к решению задач элементарной геометрии.
2. Координаты точек на плоскости и в пространстве. Уравнения линий и поверхностей. Уравнения прямых и плоскостей. Кривые и поверхности второго порядка на плоскости и в пространстве.
3. Геометрические преобразования, группа преобразований. Движения плоскости, свойства движений и их классификация. Группа движений и ее подгруппы. Применение свойств движений к решению задач элементарной геометрии.
4. Подобия плоскости и их свойства. Классификация подобий. Аффинные преобразования плоскости и их свойства. Перспективно-аффинные преобразования, свойства. Группы подобий и аффинных преобразований и их подгруппы. Применение подобий и аффинных преобразований к решению задач элементарной геометрии.
5. Построения циркулем и линейкой, Методы решения задач на построения. Разрешимость задачи на построение циркулем и линейкой.
6. Параллельное проектирование и его свойства. Изображение плоских и пространственных фигур при параллельном проектировании. Аксонометрия и её свойства. Аффинные и метрические задачи аксонометрии.
7. Требования, предъявляемые к системам аксиом. Исследование аксиоматики Вейля трехмерного евклидова пространства. Система аксиом Гильберта. Построение элементарной геометрии на основе аксиоматики Гильберта. Непротиворечивость системы аксиом Гильберта трехмерного евклидова пространства
8. Проблема пятого постулата. Теоремы Лежандра. Связь аксиомы параллельности с суммой углов треугольника.
9. Аксиоматика Гильберта плоскости Лобачевского. Параллельные прямые на плоскости Лобачевского. Свойства треугольников и четырехугольников на плоскости Лобачевского.
10. Непротиворечивость геометрии Лобачевского, независимость аксиомы параллельности от остальных аксиом Гильберта.

**Раздел 4. Методика преподавания математики**

1. Методика обучения решению математических задач.
2. Методика формирования понятий.
3. Методика обучения математическим доказательствам.
4. Методика формирования умений.
5. Методика обучения тождественным преобразованиям различных выражений.
6. Методика обучения решению уравнений.
7. Методика формирования функциональных представлений учащихся и изучения свойств функций.
8. Методика проведения первых уроков тригонометрии.

Методика изучения тригонометрических функций, формул, уравнений.

1. Методика проведения первых уроков стереометрии. Методика изучения аксиом геометрии.
2. Методика изучения измерений геометрических величин (на примере площадей или объёмов).
3. Реализация профильной и уровневой дифференциации в обучении математике.

**Рекомендуемая литература к разделу 1:**

1. Мордкович А.Г. , Солодовников Л.С. Математический анализ. Вербум- М.2000.
2. Никольский С.М. Курс математического анализа. Физматлит. 2000
3. Семенов П.В. Курс лекций по математическому анализу (мощность и мера числовых множеств). МГПУ. 2003.
4. Шабунин М.П. Теория функций комплексного переменного. Физматлит. 2002.

**Рекомендуемая литература к разделу 2:**

1. Кострикин А.И., Введение в алгебру. - М.: Наука, 1986.
2. Курош А. Г., Курс высшей алгебры. - М.: Наука, 1971.
3. Лент С., Алгебра. - М.: Мир, 1968.
4. Мальцев А.И., Линейная алгебра. - М.: Наука, 1970.
5. Фаддеев Д.К., Лекции по алгебре. - М.: Наука, 1976.

**Рекомендуемая литература к разделу 3:**

1. Аргунов Б.И., Балк М.Б. Элементарная геометрия. - М.: «Просвещение», 1966.
2. Атанасян Л. С., Базылев В.Т. Геометрия l.-М.: «Просвещение», 1986.
3. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия 2.- М.: «Просвещение», 1987
4. Атанасян Л.С., Денисова Н.С. и др. Курс элементарной геометрии. – М.: Сантакс-Пресс. Часть I, 1997; Часть II, 1997.
5. Ефимов Н.В. Высшая геометрия. - М.: «Наука», 1978.
6. Погорелов А.В. Аналитическая геометрия. - М.: «Наука», 1968.
7. Постников М.М. Аналитическая геометрия. - М.: «Наука», 1973
8. Трайнин Я. Л. Основания геометрии. - М., Учпедгиз, 1961.

**Рекомендуемая литература разделу 4:**

1. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Глазков Ю.А., Юдина И.И. Изучение геометрии в 7-9 классах: Методические рекомендации к учебнику. Книга для учителя. - М.: Просвещение, 1997.
2. Балл Г.А. Теория учебных задач: Психолого-педагогический аспект. - М.: Педагогика, 1990.
3. Башмаков М.И. Уровень и профиль школьного математического образования // Математика в школе. - 1993. - N2 2.
4. Брушлинский А.В. Психология мышления и проблемное обучение. - М.: Знание, 1983.
5. Волович М.Б. Математика без перегрузок. - М.: Педагогика, 1991.
6. Гальперин П.Я. Формирование знаний и умений на основе теорий поэтапного формирования умственных действий. - М.: Изд- во МГУ, 1968.
7. Границкая А. С. «Научить думать и действовать» - М.: Просвещение, 1991 г.
8. Груденов Я.И. Психолого-дидактические основы методики обучения математике. ­М.: Педагогика, 1987.
9. Гусев В.А. Психолого-педагогические основы обучения математике. - М.: 000 «Издательство «Вербум-М», 000 «Издательский центр «Академия», 2003.
10. Епишева О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода. - М.: Просвещение, 2004.
11. Зильберберг Н.И. Урок математики, подготовка и проведение. - М.: Просвещение, 1996.
12. Карп АЛ. Даю уроки математики. Книга для учителя: Из опыта работы. - М.: Просвещение, 1992.
13. Колягин Ю.М., Ткачева М.В., Федорова Н.Е. Профильная дифференциация обучения математике // Математика в школе. -1990. - N2 4.
14. Концепция модернизации российского образования на период до 2010 года / / Вестник образования. - 2002. *-N2* 6. - с. 11-40.
15. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования // Вестник образования. - 2002. - декабрь N2 4.
16. Крамор В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа. - М.: Просвещение, 1990.
17. Крамор В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс геометрии. - М.: Просвещение, 1992.
18. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. - М.: Просвещение, 1968.
19. Манвелов С.Г. Конструирование современного урока математики. Кн. для учителя. - М.: Просвещение, 2002.
20. Методика и технологии обучения математике (Курс лекций). Учебное пособие для студентов математических факультетов педагогических вузов /Под ред. Н.Л.Стефановой и Н.С.Подходовой ‒ М., Дрофа, 2005
21. Методика обучения математике: вопросы теории и практики: учебное пособие / Авт.-сост.: А.И.Петрова, Е.П.Жирков, Н.В.Аргунова, С.М.Макарова, В.П.Ефремов. – Якутск: Издательско-полиграфический комплекс СВФУ, 2011. – 140 с.
22. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика: Учебное пособие для студ. физ.-мат. фак. пед. ин- тов / Сост. В.А. Оганесян, Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин, В.Я. Саннинский. - М.: Просвещение, 1980.
23. Методика преподавания математики в средней школе. Частная методика: Учебное пособие для студ. пед. ин-тов по физ.-мат. спец. / Сост. В.И. Мишин. - М.: Просвещение, 1987.
24. Методика преподавания математики в средней школе: общая
методика / Авторы Ю.М.Колягин, Г.Д.Луканкин, Н.И.Мерлина и др.- Чебоксары, 2009.
25. Михеев В.И. Методика преподавания математики: конспект лекций. – М.: Изд-во РУДН, 2002.
26. Мордкович А.Г. Беседы с учителями математики. - М.: «Школа- пресс», 1995.
27. Мордкович А.Г: Новая концепция школьного курса алгебры // Математика в школе. - 1996. - № 26.
28. Образовательные стандарты нового поколения, <http://www.edu.ru/db/portal/obschee/>, <http://www.school.edu.ru/dok_edu.asp> [www.fgosvpo.ru](http://www.fgosvpo.ru).
29. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе: учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ун-тов - М.: Просвещение, 2002
30. Стандарт основного общего образования по математике. Стандарт среднего (полного) общего образования по математике. Базовый уровень. Профильный уровень // Математика в школе. - 2004. - N2 4. - с. 2-16.