

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова»
Институт математики и информатики
Кафедра алгебры, геометрии, математического анализа и дифференциальных
уравнений

Принято
Ученым советом ИМИ
Протокол № 3
от 19 марта 2024 г.

Утверждаю
Директор ИМИ

Н.Р. Пинигина

03 2024 г.



ПРОГРАММА

вступительных испытаний по научной специальности:

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Отрасль науки: физико-математические науки

Уровень высшего образования: подготовка кадров высшей квалификации

Тип образовательной программы: программа подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре

Группа специальности: 1.1. Математика и механика

Форма обучения: очная

ПРОГРАММА
вступительного экзамена по научной специальности
1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Пояснительная записка

Программа вступительного экзамена в аспирантуру по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика предназначена для лиц, желающих пройти обучение в Федеральном государственном автономном учреждении высшего образования "Северо-Восточный федеральный университет".

В программу входят порядок проведения вступительного испытания, критерии оценивания, список вопросов программы, учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы.

Порядок проведения вступительных испытаний

Вступительное испытание проводится в целях выявления общего культурного и образовательного уровня абитуриента, умения ясно излагать свои мысли, готовности к подготовке и защите диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Структура вступительного испытания:

1. Устный экзамен на основе билетов.

Каждый билет экзамена содержит 2 вопроса. Экзамен проходит в устной форме. Подготовка к ответу составляет 1 академический час (60 минут) без перерыва с момента раздачи билетов. Ответ оценивается от 0 до 70 баллов согласно критериям.

2. Собеседование на основе подготовленного абитуриентом реферата по теме научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Ответ оценивается от 0 до 30 баллов согласно критериям.

В случае проведения экзамена в дистанционном формате вступительное испытание проводится в режиме видеоконференцсвязи.

Критерии оценивания устного экзамена

Оценка поступающему за ответ выставляется в соответствии со следующими критериями:

Отлично (60-70 баллов). Поступающий в аспирантуру уверенно владеет материалом, приводит точные формулировки теорем и других утверждений, сопровождает их строгими и полными доказательствами, приводит примеры, уверенно отвечает на дополнительные вопросы программы вступительного испытания.

Хорошо (45-59 баллов). Поступающий в аспирантуру владеет материалом, приводит точные формулировки теорем и других утверждений, сопровождает их доказательствами, в которых допускает отдельные неточности. Отвечает на большинство дополнительных вопросов по программе вступительного испытания.

Удовлетворительно (30-44 баллов). Поступающий в аспирантуру знаком с основным материалом программы, приводит формулировки теорем и других утверждений, но допускает некоторые неточности, сопровождает их доказательствами, в которых допускает погрешности либо описывает основную схему доказательств без указания деталей. Отвечает на дополнительные вопросы по программе вступительного испытания, допуская отдельные неточности.

Неудовлетворительно (менее 30 баллов). Поступающий в аспирантуру не владеет основным материалом программы, не знаком с основными понятиями, не способен приводить формулировки теорем и других утверждений, не умеет доказывать теоремы и другие утверждения, не знает даже схемы доказательств. Не отвечает на большинство дополнительных вопросов по программе вступительного испытания.

Критерии оценивания собеседования

На собеседование поступающий предоставляет реферат, подготовленный согласно требованиям, установленным данной программой. Кроме того, в ходе собеседования абитуриент представляет свой предыдущий опыт научно-исследовательской работы, а также планируемую тему научного исследования.

Оценка поступающему за собеседование выставляется в соответствии со следующими критериями:

Отлично (26-30 баллов). Поступающим предоставлен научный реферат, полностью отвечающий предъявленным требованиям. Реферат содержит развернутый литературный обзор по теме исследования, описание степени исследованности научной проблемы, современных методов и подходов в данной области, постановку возможных задач для научного исследования, теоретическую и практическую значимость исследований в данной области. Поступающий имеет научные публикации по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика; участвовал в научных конференциях и других научных мероприятиях; имеет опыт работы по научным грантам и хоздоговорам; имеет некоторый задел по будущей научной теме диссертации; выбрана тема диссертации, сформулированы цель и задачи исследования, ожидаемые результаты.

Хорошо (18-25 баллов). Поступающим предоставлен научный реферат, полностью отвечающий предъявленным требованиям. Реферат содержит развернутый литературный обзор по теме исследования, описание степени исследованности научной проблемы, современных методов и подходов в данной области, постановку возможных задач для научного исследования, теоретическую и практическую значимость исследований в данной области.

Удовлетворительно (10-17 баллов). Поступающим предоставлен научный реферат, полностью отвечающий предъявленным требованиям.

Неудовлетворительно (менее 10 баллов). Поступающим не предоставлен научный реферат, полностью отвечающий предъявленным требованиям.

Вопросы устного экзамена в аспирантуру по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

1 часть

Математический анализ

1. Предел функции одной переменной. Различные определения, эквивалентность определения предела на языке последовательностей и основного определения.
2. Предельные точки множества. Лемма Больцано-Вейерштрасса, критерии Коши существования конечного предела для последовательности и функции.
3. Непрерывность функции. Теоремы Больцано-Коши, Вейерштрасса, Кантора о непрерывных функциях.
4. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, Лагранжа о конечном приращении). Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши.
5. Частные производные и дифференциалы функций многих переменных. Связь между дифференцируемостью, непрерывностью и существованием частных производных (в отличие от случая одного переменного).

6. Определенный интеграл Римана. Критерий интегрируемости. Три признака интегрируемости (по непрерывности, монотонности, ограниченности), приложения определенного интеграла.
7. Несобственные интегралы, критерии сходимости, признаки сравнения. Признаки Абеля и Дирихле (без доказательства).
8. Кратные интегралы, теоремы о сведении двойного интеграла к повторным, замена переменных в кратном интеграле (без доказательства), проиллюстрировать в случае цилиндрических и сферических координат.
9. Числовые ряды. Признаки Даламбера и Коши сходимости абсолютная условная сходимость. Признак положительных рядов, Лейбница сходимости знакочередующегося ряда. Оценка остатка знакочередующегося ряда.
10. Функциональные ряды, равномерная сходимость. Функциональные свойства суммы ряда. Степенной ряд. Теорема Абеля. радиус сходимости. формула Коши-Адамара.
11. Необходимые и достаточные условия экстремума функции одной переменной. Экстремум функции многих переменных (без доказательства).

Функциональный анализ

1. Метрическое пространство, принцип сжатых отображений, связь с итеративными методами.
2. Гильбертово пространство, теорема о проекциях.
3. Линейный функционал, общий вид линейного функционала в гильбертовом пространстве.

Теория функций комплексного переменного

1. Дифференцируемость функции по комплексной переменной, аналитические функции.
2. Интеграл по комплексной переменной, интегральная теорема Коши, интегральная формула Коши.
3. Ряд Лорана. Разложение аналитической функции в ряд Лорана.
4. Вычеты. Теорема о вычетах.

Геометрия

1. Уравнение прямой на плоскости и в пространстве. Различные уравнения плоскости в пространстве.
2. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду.
3. Кривизна кривой.
4. Определение поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
5. Геометрический смысл первой и второй квадратичных форм поверхности.

Алгебра

1. Определители и их свойства. Метод Крамера.
2. Действия над матрицами. Обратная матрица.
3. Ранг матрицы и методы его вычисления. Система линейных уравнений, метод Гаусса
4. Линейное пространство, евклидово пространство, скалярное произведение и его свойства. Ортонормированные базисы, ортогональные преобразования.
5. Линейные операторы в конечномерных пространствах и их матрицы. Собственные векторы и характеристические числа
6. НОД и алгоритм Евклида.
7. Группа, кольцо, поле, подгруппа, изоморфизм групп, нормальный делитель, фактор группа.

II часть

Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.
3. Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля-Остроградского, метод вариации постоянных и др.).
4. Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.
5. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению.
6. Задачи оптимального управления Принцип максимума Понтрягина (без доказательства), приложение к задачам быстрогодействия для линейных систем.
7. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.
8. Задача Штурма-Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций.
9. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант.
10. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.
11. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона- Якоби.

Уравнения математической физики

1. Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики.
2. Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения.
3. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.)
4. Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная распространения, функция источника и др.)
5. Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье
6. Пространства Соболева W_m^r . Теоремы вложения, следы функций из W на границе области.
7. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения.
8. Псевдодифференциальные операторы (определение, основные свойства)
9. Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства
10. Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства
11. Монотонные нелинейные параболические уравнение Основные свойства

**Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы
вступительного экзамена в аспирантуру по специальности**

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

1 часть

1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Т.1,2.
2. Зорич В.А. Математический анализ. Ч.1,2.
3. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ. Ч.1,2.
4. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа.
5. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа.
6. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций.
7. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. Ч.1.
8. Привалов И.И. Аналитическая геометрия.
9. Моденов П.С. Аналитическая геометрия.
10. Норден А.П. Краткий курс дифференциальной геометрии.
11. Курош А.Г. Курс высшей алгебры.
12. Кострикин А.И. Введение в алгебру.

2 часть

1. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М.: Физматлит
2. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М.: Мир, 1972.
3. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.:
4. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1995
5. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
6. Матвеев Н.М. Дифференциальные уравнения.
7. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов.
8. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики.
9. Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения.
10. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
11. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Изд-во физ.-мат. лит-ры, 1985.

Дополнительная литература:

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1971.
2. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики. М.: Изд-во МГТУ, 1996.
3. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.:
4. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985.
5. Шубин М.А. Псевдодифференциальные операторы и спектральная теория. М.: Наука, 1978.

Интернет-ресурсы:

1. Сайт Института математики и информатики <https://www.s-vfu.ru/universitet/rukovodstvo-i-struktura/instituty/imi/>
2. Сайт научной библиотеки СВФУ <https://www.s-vfu.ru/universitet/rukovodstvo-i-struktura/vspomogatelnye-podrazdeleniya/nauchnaya-biblioteka/>
3. Электронно-библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>
4. Коллекция научной электронной библиотеки elibrary.ru
5. ЭБС «IPRbooks» <https://www.iprbookshop.ru>
6. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru>

Требования к написанию реферата

Цель реферата: показать, что поступающий в аспирантуру имеет необходимые теоретические и практические знания по выбранному направлению своей научной деятельности. Это позволяет также углубить и расширить полученные знания, систематизировать их, а также реализовать в ходе работы над выбранной темой диссертации.

Тематика реферата определяется, исходя из темы предполагаемого научного исследования, и согласовывается с предполагаемым научным руководителем.

Реферат должен носить характер творческой самостоятельной научно-исследовательской работы. Изложение материала не должно ограничиваться лишь описательным подходом к раскрытию выбранной темы, но также должно отражать авторскую аналитическую оценку состояния исследуемой проблемы и собственную точку зрения на возможные варианты ее решения.

Объем реферата составляет 20-25 страниц, напечатанных 14 кеглем через полуторный интервал, с полями 3 см с левого края, 1.5 см с правого края, по 2 см сверху и снизу листа, и включает план-оглавление, введение, разделы или главы, заключение и список литературы.

Во введении к реферату указывают обоснование выбранной темы, ее актуальность, цель/цели и задачи, предмет исследования (концептуальное и теоретическое предметное поле исследования) и объект исследования (направленность исследования на конкретный объект данного предметного поля), а также теоретические основы исследования и степень разработанности проблемы (избранной темы) в научной литературе.

Основная часть состоит из 2-3 разделов (глав), в которых раскрывается суть исследуемой проблемы, оценка существующих в литературе основных теоретических подходов к ее решению, изложение собственного взгляда на проблему и пути ее решения и т.д.

В заключении необходимо подвести итоги изучения темы и сформулировать выводы о перспективах, направлении и задачах исследования в выбранной области (будущей диссертации).

Составитель (-и) программы:

Попова Т.С., д.ф.-м.н., профессор кафедры алгебры, геометрии, математического анализа и дифференциальных уравнений ИМИ СВФУ, ts.popova@s-vfu.ru

Программа рекомендована на заседании кафедры алгебры, геометрии, математического анализа и дифференциальных уравнений от 18 марта 2024 г. протокол №5