Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова»
Институт математики и информатики
Кафедра “Алгебра, геометрия, математический анализ и дифференциальные уравнения”

Принято
Ученым советом ИМИ
Протокол № 9
от 22 марта 2022 г.

Утверждаю
Директор ИМИ
Пинигина Н.Р.
23 марта 2022 г.

ПРОГРАММА

вступительного экзамена по научной специальности:

1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика

Отрасль науки: физико-математическая

Уровень высшего образования: подготовка кадров высшей квалификации

Тип образовательной программы: программа подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре

Группа специальности: 1.1 Математика и механика

Форма обучения: очная

Якутск, 2022

ПРОГРАММА
вступительных испытаний по научной специальности
1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика

Пояснительная записка

Программа вступительных испытаний в аспирантуру по специальности 1.1.2 «Дифференциальные уравнения и математичекая физика» предназначена для лиц, желающих пройти обучение в Федеральном государственном автономном учреждении высшего образования "Северо-Восточный федеральный университет".

В программу входят порядок проведения вступительного испытания, критерии оценивания, список вопросов программы, учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы.

Порядок проведения вступительных испытаний

Вступительное испытание проводится в форме собеседования на основе билетов. Каждый билет содержит по 2 вопроса. Собеседование проходит в устной форме. Подготовка к ответу составляет 1 академический час (60 минут) без перерыва с момента раздачи билетов. Задания оцениваются от 0 до 10 баллов в зависимости от полноты и правильности ответов.

В случае проведения собеседования в дистанционном формате вступительное испытание проводится в режиме видеоконференцсвязи.

Критерии оценивания

Оценка поступающему по результатам собеседования выставляется в соответствии со следующими критериями:

Отлично (9-10 баллов). Поступающий в аспирантуру уверенно владеет материалом, приводит точные формулировки теорем и других утверждений, сопровождает их строгими и полными доказательствами, уверенно отвечает на дополнительные вопросы программы вступительного испытания.

Хорошо (6-8 баллов). Поступающий в аспирантуру владеет материалом, приводит точные формулировки теорем и других утверждений, сопровождает их доказательствами, в которых допускает отдельные неточности. Отвечает на большинство дополнительных вопросов по программе вступительного испытания.

Удовлетворительно (4-5 баллов). Поступающий в аспирантуру знаком с основным материалом программы, приводит формулировки теорем и других утверждений, но допускает некоторые неточности, сопровождает их доказательствами, в которых допускает погрешности либо описывает основную схему доказательств без указания деталей. Отвечает на дополнительные вопросы по программе вступительного испытания, допуская отдельные неточности.

Неудовлетворительно (менее 4 баллов). Поступающий в аспирантуру не владеет основным материалом программы, не знаком с основными понятиями, не способен приводить формулировки теорем и других утверждений, не умеет доказывать теоремы и другие утверждения, не знает даже схемы доказательств. Не отвечает на большинство дополнительных вопросов по программе вступительного испытания.

Вопросы программы вступительных испытаний в аспирантуру по специальности 1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика

I часть

Математический анализ

1. Предел функции одной переменной. Различные определения, эквивалентность определения предела на языке последовательностей и основного определения.
2. Предельные точки множества. Лемма Больцано-Вейерштрасса, критерия Больцано-Коши существования конечного предела для последовательности и функции.
3. Непрерывность функции. Теоремы Больцано-Коши, Вейерштрасса, Кантора о непрерывных функциях.
4. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, Лагранжа о конечном приращении), формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши (без доказательства).
5. Частные производные и дифференциалы функций многих переменных. Связь между дифференцируемостью, непрерывностью и существованием частных производных (в отличии от случая одного переменного).
6. Определенный интеграл Римана. Критерий интегрируемости, три признака интегрируемости (по непрерывности, монотонности, ограниченности), приложения определенного интеграла (основные формулы без доказательства).
7. Несобственные интегралы, критерии сходимости, признаки сравнения. Признаки Абеля и Дирихле (без доказательства).
8. Кратные интегралы, теоремы о сведении двойного интеграла к повторным, замена переменных в кратном интеграле (без доказательства), проиллюстрировать в случае цилиндрических и сферических координат.
9. Числовые ряды. Признаки Даламбера и Коши сходимости положительных рядов, абсолютная и условная сходимость, признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда. Оценка остатказнакочередующегося ряда.
10. Функциональные ряды, равномерная сходимость. Функциональные свойства суммы ряда.
11. Степенной ряд. Теорема Абеля, радиус сходимости, формула Коши- Адамара.
12. Поверхностные интегралы и их вычисление.
13. Необходимые и достаточные условия экстремума функции одной переменной. Экстремум функции многих переменных (без доказательства).

Функциональный анализ

14. Метрическое пространство, принцип сжатых отображений, связь с итеративными методами.
15. Гильбертово пространство, теорема о проекциях.
16. Линейный функционал, общий вид линейного функционала в гильбертовом пространстве.

Теория функций комплексного переменного

17. Дифференцируемость по комплексной переменной, аналитические функции.
18. Интеграл по комплексной переменной, интегральная теорема Коши, интегральная формула Коши.
19. Ряд Лорана. Разложение аналитической функции в ряд Лорана.
20. Вычеты. Теорема о вычетах.

Геометрия

21. Уравнение прямой на плоскости и в пространстве. Различные уравненияплоскости в пространстве.
22. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду.
23. Кривизна кривой.
24. Определение поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
25. Геометрический смысл первой и второй квадратичных форм поверхности.

Алгебра

26. Определители и их свойства. Метод Крамера.
27. Действия над матрицами. Обратная матица.
28. Ранг матрицы и методы его вычисления. Система линейных уравнений, метод Гаусса.
29. Линейное пространство, евклидово пространство, скалярное произведение и его свойства. Ортонормированные базисы, ортогональныепреобразования.
30. Линейные операторы в конечномерных пространствах и их матицы. Собственные векторы и характеристические числа.
31. НОД и алгоритм Евклида.
32. Группа, кольцо, поле, подгруппа, изоморфизм групп, нормальный делитель, фактор группа.

II часть

Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.
3. Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля– Остроградского, метод вариации постоянных и др.).
4. Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.
5. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению.
6. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина (без доказательства), приложение к задачам быстродействия длялинейных систем.
7. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.
8. Задача Штурма–Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций.
9. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант.
10. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.
11. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона– Якоби.

Уравнения математической физики

12. Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики.

13. Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения.
14. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.)
15. Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.)
16. Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразованиеФурье.
17. Пространства Соболева $W^m{}_{,p}$ Теоремы вложения, следы функций из W^m на границе области.
18. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения.
19. Псевдодифференциальные операторы (определение, основные свойства).
20. Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства.
21. Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства.
23. Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основныесвойства.

Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы вступительных испытаний в аспирантуру по специальности

1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика

Обязательная литература:

по I части

1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. т.т.1,2.-М.:Наука,1969
2. Зорич В.А. Математический анализ. Части 1,2.М.:Наука,1984
3. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ т.т.1,2.-М.:Высшая школа,1970
4. Колмогоров А.Н.,Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа.-М.:Наука,1968
5. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. – М.:Наука,1965
6. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций. М.: Наука, 1978.
7. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ Часть 1. М.: Наука, 1985.
8. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. М.: ФМЛ, 1963.
9. Моденов П.С. Аналитическая геометрия. М.: МГУ, 1969.
10. Норден А.П. Краткий курс дифференциальной геометрии. М.: Физматгиз, 1958.
11. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. –М.:Наука,1975
12. Кострикин А.И. Введение в алгебру –М.:Наука,1981

по II части

1. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М.:Физматлит, 2000 г.
2. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М.:Мир, 1972

г.
3. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.:Наука, 1983 г.
4. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М:Наука, 1995 г.
5. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.:Наука, 1998 г. (и другие издания).
6. Матвеев Н.М. Дифференциальные уравнения. Изд. Ленинградского университета, 1963 г. (и другие издания)
7. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф.Математическая теория оптимальных процессов. М.:Наука, 1963 г. (и другие издания).
8. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 2004 г. (и другие издания).
9. Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения. Издательство иностранной литературы, М.; 1962 г.
10. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.:Наука, 1980 г.
11. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Издательство физ.-мат. литературы, 1985 г.

Дополнительная литература:

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1971.
2. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики. М.: Изд-во МГТУ, 1996.
3. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.:Наука, 1961.
4. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальныеуравнения. М.: Наука, 1985.
5. Шубин М.А. Псевдодифференциальные операторы и спектральная теория. М.: Наука, 1978.

Интернет-ресурсы:

- Сайт Института-математики и информатики // http://www.s-vfu.ru/universitet/rukovodstvo-i-struktura/instituty/imi/
- Сайт научной библиотеки СВФУ // http://www.s-vfu.ru/universitet/rukovodstvo-i-struktura/vspomogatelnye-podrazdeleniya/nauchnaya-biblioteka/
- http://e.lanbook.com – электронно - библиотечная система «Лань»
- Коллекция научной электронной библиотеки Elibrary.ry
- ЭБС **«IPRbooks»** (www.iprbookshop.ru)
- ЭБС **«Университетская библиотека онлайн»** (www.biblioclub.ru)

Составитель (-и) программы:
Егоров И.Е., д.ф-м н., профессор, профессор кафедры Алгебра, геометрия, математический анализ ИМИ СВФУ, электронная почта ivanegorov51@mail.ru

Программа рекомендовано на заседании кафедры Алгебры, геометрии, математического анализа и дифференциальных уравнений от _14_ марта 2022 г. протокол № 1