Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова»
Инженерно-технический институт

УТВЕРЖДЕНО
Ученым советом ИТИ СВФУ
________ Т.А. Корнилов
«20» ____03____ 2020 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО ПРОГРАММЕ ПОДГОТОВКИ БАКАЛАВРОВ (на базе профессионального образования)

по направлению 15.03.03 Прикладная механика

(уровень: бакалавр, квалификация: академический бакалавр)

профили: «Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры»

Якутск, 2020

Общие положения

1. Прием осуществляется на первый курс лиц, имеющих среднее профессиональное образование соответствующего профиля.
2. Зачисление производится по итогам вступительных испытаний.
3. Форма проведения вступительных испытаний – дистанционная форма приема ответов на вопросы в СЭДО MOODLE СВФУ. Перечень вопросов разрабатывается выпускающей кафедрой «Прикладная механика».
4. Условия и допуск к вопросам в СЭДО MOODLE СВФУ определяются Приемной комиссией СВФУ.
5. Расписание вступительных испытаний размещается в соответствующем разделе сайта СВФУ, или можно узнавать в Приемной комиссии ИТИ СВФУ.
6. В расписании вступительных испытаний предусматривается резервный день для лиц, не явившихся на вступительные испытания в назначенное время по уважительной причине и для абитуриентов у которых во время сдачи вступительного экзамена произошёл технический сбой.
7. Ответы на вопросы проходят в течении 30 минут в режиме реального времени, предоставляется только 1 попытка.
8. Во время проведения вступительных испытаний по возможности должна быть обеспечена видео-трансляция процедуры на основе платформы ZOOM. Для чего абитуриент должен заранее оснастить свое рабочее место веб-камерой, установить платформу ZOOM.
9. Во время работы категорически запрещаются: пользование мобильными телефонами или иными средствами связи, программируемыми устройствами, использование справочных материалов, учебников и др.
10. За каждый правильный ответ засчитывается 10 баллов. Все полученные баллы суммируются. Максимум составляет 100 баллов.
11. Результаты вступительных испытаний засчитываются на основании автоматической проверки по завершению прохождения вопросов. Итоги вступительного испытания оформляются протоколом и передаются приемной комиссии СВФУ. Результаты вступительных испытаний автоматически сообщаются абитуриенту.
12. В случае технических неполадок, отсутствия интернета во время проведения работы абитуриент должен обратиться в приемную комиссию в день экзамена, изложить письменно проблемы. По результатам рассмотрения заявления комиссия может вынести решение о прохождении тестирования в резервный день.
13. При несогласии с выставленными баллами абитуриент должен подать апелляцию в комиссию в день обнародования.
14. Конфликтная комиссия не рассматривает апелляции по вопросам:
    - содержания и структуры экзаменационных материалов по учебным предметам;
    - связанным с нарушением самим абитуриентом требований порядка проведения вступительных испытаний.
15. По результатам рассмотрения апелляции о несогласии с выставленными баллами конфликтная комиссия может вынести решение:
    - об отклонении апелляции;
    - об удовлетворении апелляции и выставлении других баллов (баллы могут быть изменены как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения).
16. Абитуриенты могут проходить единожды тренировочное задание. Для этого необходимо зарегистрироваться в СЭДО MOODLE СВФУ, получить нужную ссылку в Приемной комиссии необходимо пройти по ссылке. Структура тренировочных тестов соответствует структуре вступительных испытаний, которые состоятся в период проведения приемной кампании.

Разделы дистанционной формы приема ответов на вопросы

№	тема	форма	объем	продолжительность	балл
1	Физика	Ответы на вопросы	Не более 5 вопросов	Не более 15 минут	Минимум 35 баллов
2	Математика	Ответы на вопросы	Не более 5 вопросов	Не более 15 минут	Минимум 35 баллов

Примерное содержание вопросов
по Физике

БИЛЕТ № 1

1 Задача. (Две частицы)

Две частицы одновременно начали двигаться в однородном поле тяжести $\vec{g}$. Начальные их скорости равны по модулю v_0 и лежат в одной вертикальной плоскости. Угол наклона вектора одной из скоростей к горизонту равен α, а другой 2α. В какой момент времени τ от начала движения скорости частиц окажутся сонаправленными? Сопротивлением движению пренебречь.

2 Задача (Плоское движение)

В задаче исследуется плоское движение абсолютно твёрдого тела. Точки А, B,C $и$ D принадлежат этому телу (рис. 1).

1. Задана скорость $\vec{v}_1$ точки A. Она изображена на рисунке 1 в указанном там масштабе. Найдите скорость $\vec{v}_C$ точки С, если скорость точки B направлена вдоль пунктирной прямой, изображённой на рисунке.
2. Скорость точки A такая же, как и в первом пункте. Найдите скорость $\vec{v}_C$, если модуль скорости точки B равен 1,0 м/с.
3. Скорость точки A такая же, как и в первых пунктах. Найдите скорость $\vec{v}_D$ точки D, если скорости точек В и С одинаковы по модулю.

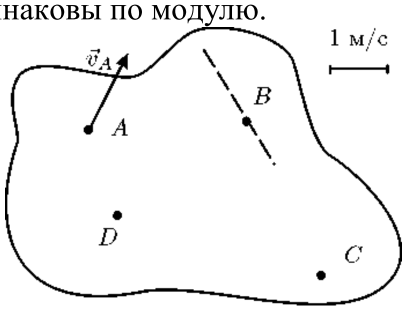


Рис. 1.

3 Задача (Камни)

Из точки, расположенной на высоте Н = 5 м над краем обрыва, под углом α к горизонту в сторону обрыва бросили со скоростью v_0 = 10,0 м/с камень. С какой минимальной скоростью v, и под каким углом β к горизонту следует в тот же момент бросить с поверхности земли камень вдогонку первому из точки, удалённой от края обрыва на расстояние L = 10 м, чтобы камни столкнулись? Рассмотреть случаи $\alpha = 0°$ и $\alpha = 60°$.

4 Задача (На планете «Туй»)

На планете «Туй» растёт дерево «Маа», семенами которого питается животное «Да». Особенность дерева «Маа» состоит в том, что при созревании его плоды лопаются и выбрасывают семена по всем направлениям со скоростью v_0. Животное в процессе эволюции выработало следующий способ добывания пищи: оно сидит на расстоянии L от дерева, и, дождавшись, когда плод, находящийся на высоте Н, лопнет, в тот же момент выбрасывает со скоростью v язык, который состоит из тонкой лёгкой нити и находящегося на её конце тяжёлого шарика. Из шарика в определённый момент во все стороны выбрасываются липкие щупальца, которые мгновенно ловят все семена, находящиеся от центра шарика на расстоянии меньшем длины щупальца. Найдите минимальную длину щупалец, достаточную для того, чтобы животное захватывало все семена. Под каким углом к горизонту должно животное выбрасывать язык и какое устанавливать время задержки между выбрасыванием языка и распусканием щупалец, чтобы достаточная длина щупальцев была минимальной? Считать, что во время полёта шарика нить на него не действует. Ускорение свободного падения на поверхности планеты «Туй» равно g. Полёту семян не препятствуют ни сопротивление атмосферы, ни ветви дерева.

5 Задача. (Канал)

На гладкой горизонтальной поверхности стоит брусок в форме прямоугольного параллелепипеда с проточенным в нём сквозным каналом, вход и выход которого находятся на одинаковых расстояниях от основания. В отверстие канала перпендикулярно к торцу бруска влетает шарик массой m со скоростью v_0 и, пролетев канал, вылетает с другой стороны в том же направлении. Трение отсутствует. С какой скоростью u движется брусок после вылета шарика?

БИЛЕТ № 2

1 Задача. (Шайба)

По гладкой горизонтальной поверхности скользит маленькая круглая шайба, не покидая правильного треугольника, ограниченного неподвижными гладкими стенками (рис. 2). Удары шайбы о стенки абсолютно упругие, при попадании в угол шайба останавливается. В начальный момент шайба находится в точке A посередине стороны треугольника и имеет скорость, направленную под углом α к этой стороне, $0 < \alpha < \pi/2$. Найдите все значения α, при которых шайба попадёт в угол B, совершив не более 6 столкновений со стенками.

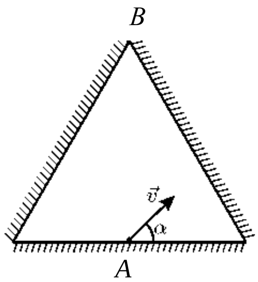


Рис. 2

2 Задача. (Бочка)

Бочку с песком равномерно катят вдоль горизонтальной прямой, наклонив на угол α к горизонту. Радиус дна бочки равен R. В дне на расстоянии r от его центра имеется отверстие, через которое песок равномерно высыпается. Получите уравнение, описывающее след, оставляемый высыпающимся песком. Нарисуйте этот след за один оборот. Укажите координаты его характерных точек, в том числе координаты центра масс.

3 Задача. (Автомобиль)

Пилот гоночного автомобиля, движущегося со скоростью v_0, увидел впереди длинную стену поперёк дороги. Чтобы избежать столкновения, он может или резко затормозить, или просто свернуть в сторону, или свернуть в сторону, одновременно тормозя задними колёсами. Какой из этих способов эффективнее, то есть позволит избежать столкновения с наиболее близко расположенной преградой? Коэффициент трения колёс о дорогу равен μ

4 Задача. (Планета)

На некоторой планете может быть реализован следующий эксперимент. При плоских колебаниях математического маятника длиной L = 3 м максимальная сила натяжения нити отличается от минимальной в κ = 4 раза, если максимальный угол отклонения равен некоторому значению α. Такой же угол α с вертикалью образует нить маятника, если она вращается с периодом T = 4,0 с вокруг вертикальной оси, проходящей через точку подвеса. Определите ускорение свободного падения на данной планете.

5 Задача. (Сосуд)

На шероховатой поверхности стола стоит широкий сосуд массой m. Площадь дна сосуда равна S. В боковой стене у самого дна имеется закрытое пробкой отверстие сечением σ. В сосуд наливают воду. Когда высота воды в сосуде достигнет величины h, пробка выскальзывает из отверстия, и сосуд приходит в движение с ускорением a. Найти коэффициент трения между дном и поверхностью стола. Каков должен быть коэффициент трения, чтобы сосуд остался на месте после выскальзывания пробки?

БИЛЕТ № 3

1 Задача. (Космический корабль)

Космический корабль двигался по направлению к удалённому метеориту. Пролетев вблизи него, корабль потерял κ = 40% своей скорости в системе отсчёта, относительно которой метеорит покоился. При этом корабль отклонился от первоначального направления движения на угол $\beta = 120°$. Во сколько раз масса метеорита M отличается от массы корабля m?

2 Задача. (Два бруска)

Два бруска находятся на гладкой горизонтальной поверхности. Они соединены пружиной, сжатой на величину ΔL = 2 см, и связаны нитью (рис. 3). Массы грузов равны m_1 = 100 г и m_2 = 300 г. Один груз касается стены. Найти, на какую максимальную величину растянется пружина, если пережечь нить.

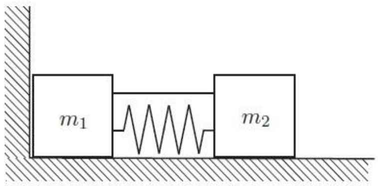


Рис. 3.

3 Задача. (Канал)

На гладкой горизонтальной поверхности стоит брусок в форме прямоугольного параллелепипеда с проточенным в нём сквозным каналом, вход и выход которого находятся на одинаковых расстояниях от основания. В отверстие канала перпендикулярно к торцу бруска влетает шарик массой m со скоростью v_0 и, пролетев канал, вылетает с другой стороны в том же направлении. Трение отсутствует. С какой скоростью u движется брусок после вылета шарика?

4 Задача. (Обруч)

На столе вертикально стоит невесомый обруч, в верхней точке которого жёстко закреплён небольшой массивный груз массой m. Радиус обруча R, коэффициент трения о стол равен μ. От очень слабого толчка обруч приходит в движение в своей плоскости. Какую скорость v_{max} приобретёт центр обруча к тому моменту как обруч перестанет катиться без проскальзывания?

5 Задача. (Чайник)

В чайник с нагревательным элементом мощностью P = 2200 Вт налили V_1 = 1,5 л холодной воды и включили его. Когда вода закипела, он автоматически отключился. Через τ_1 = 60 с его снова включили, а ещё через τ_2 = 6 с вода закипела и чайник выключился. Сразу после этого его ещё раз включили, но сняв крышку. Автоматический выключатель, срабатывающий под давлением пара, перестал действовать, и вода из чайника начала выкипать. Через τ_3 = 240 с после последнего включения измерили объём оставшейся воды. Он оказался равным V_2 = 1,3 л. Каково значение удельной теплоты парообразования воды r? Удельная теплоёмкость воды с = 4200 Дж/(кг·К), плотность p = 1000 кг/м^3. Теплоёмкостью чайника пренебречь.

БИЛЕТ № 4

1 Задача. (Два груза)

Два одинаковых груза могут скользить вдоль длинного вертикального стержня, укреплённого на полу. Сила трения грузов о стержень F постоянна и много меньше силы тяжести грузов. Верхний груз со скоростью v ударяет нижний груз, который покоился на высоте H от пола. Удары грузов друг о друга и об пол абсолютно упругие. Через какое время t_f движение грузов прекратится?

2 Задача. (Кирпичи)

Кирпичи кладут друг на друга так, как показано на рисунке 5. Каждый более высокий кирпич сдвигают на максимальную величину, не нарушающую равновесия. Какое надо взять число кирпичей и на какие величины сдвинуть их друг относительно друга, чтобы верхний кирпич оказался смещённым по отношению к нижнему на длину кирпича a?

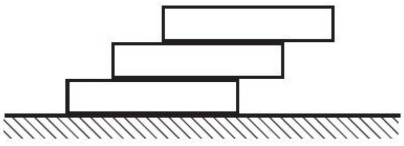


Рис. 5.

3 Задача. (Верёвка)

Один конец тонкой гибкой верёвки с линейной плотностью p тянут с постоянной горизонтальной скоростью на высоте H над шероховатой поверхностью. Второй конец верёвки свободен (рис. 6). Длина части верёвки, соприкасающейся с поверхностью, равна 1_1 Найдите длину верёвки 1_2, не касающейся поверхности. Коэффициент трения скольжения верёвки по поверхности равен κ.

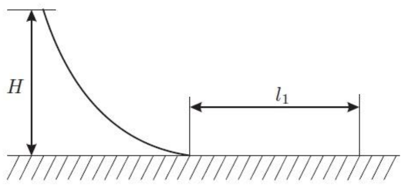


Рис. 6.

4 Задача. (Сосуд)

На шероховатой поверхности стола стоит широкий сосуд массой m. Площадь дна сосуда равна S. В боковой стене у самого дна имеется закрытое пробкой отверстие сечением σ. В сосуд наливают воду. Когда высота воды в сосуде достигнет величины h, пробка выскальзывает из отверстия, и сосуд приходит в движение с ускорением a. Найти коэффициент трения между дном и поверхностью стола. Каков должен быть коэффициент трения, чтобы сосуд остался на месте после выскальзывания пробки?

5 Задача. (Два кольца)

Два параллельных тонких кольца, радиусы которых одинаковы и равны R = 50 мм, имеют общую ось. Расстояние между кольцами d = 12 см. На первом кольце равномерно распределён заряд $q_1 = 8{,}2 \cdot 10^{-7}$ Кл, а на втором $q_2 = 6{,}0 \cdot 10^{-7}$ Кл. Найдите работу А сил электрического поля при перемещении заряда $q = 3{,}0 \cdot 10^{-9}$ Кл из центра одного кольца в центр другого.

БИЛЕТ № 5

1 Задача. (Пробирка)

Стеклянная пробирка цилиндрической формы имеет длину L = 16 см и площадь сечения S = 1,0 см^2. В неё насыпали немного песка для устойчивости и погрузили в воду. Масса пробирки с песком m = 13 г. Верхний край плавающей пробирки сместили вниз почти до поверхности воды и отпустили. Найдите уравнение последующего движения пробирки.

2 Задача. (Конус)

Конус с диаметром основания D и высотой H погружен в жидкость с плотностью ρ. Ось конуса составляет с поверхностью жидкости угол α, расстояние от поверхности жидкости до центра основания h (рис. 9). Найти силу, действующую на боковую поверхность конуса. При решении можно воспользоваться формулой для объёма конуса $V = SH/3$, где S - площадь основания конуса, а H - высота конуса.

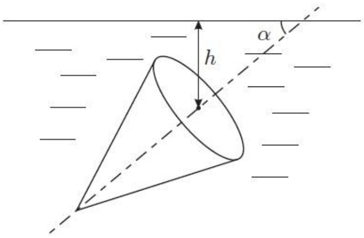


Рис. 9.

3 Задача. (Упругий жгут)

Шарик массой M прикреплён к концу упругого жгута массой m, длина которого в недеформированном состоянии равна L_0. Жгут с шариком вращается в горизонтальной плоскости вокруг оси, проходящей через другой конец жгута. Шарик скользит по гладкой поверхности, жгут не провисает. Как зависит расстояние шарика до оси вращения L от угловой скорости ω? При растяжении жгута изменением его сечения S можно пренебречь. Жгут подчиняется закону Гука при любых деформациях. Модуль Юнга равен E.

4 Задача. (Шарик и стержень)

Верхний конец однородного стержня массой M и длиной L шарнирно закреплён. Маленький шарик массой m подвешен на нити длиной L в точке крепления стержня. От вертикально расположенного и находящегося в покое стержня шарик отводят в сторону так, что он поднимается на высоту h относительно нижнего положения, и отпускают. На какую высоту поднимутся шарик и конец стержня после неупругого удара? Как изменится ответ, если отклонить и отпустить с той же высоты конец стержня, а не шарик?

5 Задача. (Два груза)

Два одинаковых груза могут скользить вдоль длинного вертикального стержня, укреплённого на полу. Сила трения грузов о стержень F постоянна и много меньше силы тяжести грузов. Верхний груз со скоростью v ударяет нижний груз, который покоился на высоте H от пола. Удары грузов друг о друга и об пол абсолютно упругие. Через какое время t_f движение грузов прекратится?

БИЛЕТ № 6

1 Задача. (Склеенный обруч)

На горизонтальной шероховатой поверхности находится обруч радиуса R, склеенный из двух однородных половинок массами m_1 и m_2 (рис. 11).

1. При какой минимальной скорости v_0 центра O обруч совершит полный оборот без проскальзывания?
2. Определите период малых колебаний обруча вблизи положения равновесия.
3. Найдите максимально возможный угол α_{max} наклона опорной плоскости к горизонту, при котором обруч, находящееся на ней, ещё остаётся в равновесии.

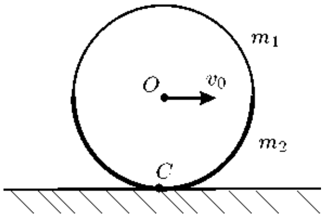


Рис. 11.

2 Задача. (Похолодание)

Когда на улице термометр показывает T_1 = -10 °С, а температура батареи отопления T_0 = 55 °С, в комнате устанавливается температура $T_{к1}$ = 25 °С. Какая температура $T_{к2}$ будет в комнате при том же уровне отопления, если наступит похолодание до T_2 = -30 °С?

3 Задача. (Чайник)

В чайник с нагревательным элементом мощностью P = 2200 Вт налили V_1 = 1,5 л холодной воды и включили его. Когда вода закипела, он автоматически отключился. Через τ_1 = 60 с его снова включили, а ещё через τ_2 = 6 с вода закипела и чайник выключился. Сразу после этого его ещё раз включили, но сняв крышку. Автоматический выключатель, срабатывающий под давлением пара, перестал действовать, и вода из чайника начала выкипать. Через τ_3 = 240 с после последнего включения измерили объём оставшейся воды. Он оказался равным V_2 = 1,3 л. Каково значение удельной теплоты парообразования воды r? Удельная теплоёмкость воды с = 4200 Дж/(кг·К), плотность p = 1000 кг/м^3. Теплоёмкостью чайника пренебречь.

4 Задача. (Ледяной покров)

Оцените, на какую величину Δx за сутки увеличивается толщина льда, покрывающего водоём, при температуре окружающей среды t = -20 °С. В начале похолодания толщина льда была равна h = 20 см. Теплопроводность льда κ = 2,2 Вт/(м • К), его удельная теплота плавления λ = 3,35 • 10^5 Дж/кг, а плотность p = 900кг/м^3.

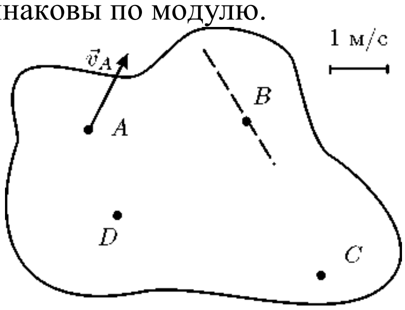
5 Задача. (Плоское движение)

В задаче исследуется плоское движение абсолютно твёрдого тела. Точки А, *B,C и D* принадлежат этому телу (рис. 1).

4. Задана скорость $\vec{v}_1$ точки *А*. Она изображена на рисунке 1 в указанном там масштабе. Найдите скорость $\vec{v}_C$ точки С, если скорость точки *В* направлена вдоль пунктирной прямой, изображённой на рисунке.

5. Скорость точки *А* такая же, как и в первом пункте. Найдите скорость $\vec{v}_C$, если модуль скорости точки *В* равен 1,0 м/с.

6. Скорость точки *А* такая же, как и в первых пунктах. Найдите скорость $\vec{v}_D$ точки *D*, если скорости точек В и С одинаковы по модулю.



БИЛЕТ № 7

1 Задача. (Дискретная модель движения лавины)

Снег, лежащий на склоне гор, иногда приходит в движение, образуя снежные лавины. Снежные массы неожиданно начинают спускаться сверху, увлекая за собой всё, что находится на склоне горы. Энергия лавины быстро нарастает, превращая её в грозное стихийное бедствие. Для описания движения лавины воспользуемся следующей моделью.

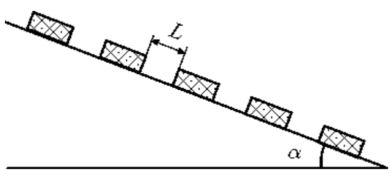


Рис. 12.

На длинной наклонной плоскости с углом α через одинаковые промежутки L расставлены тяжёлые бруски (рис. 12). От скольжения по плоскости их удерживают сила сцепления, которая исчезает при сколь угодно малом толчке. После освобождения бруски скользят с ничтожным трением. Если верхний брусок придёт в движение, он столкнётся со вторым бруском, далее цепочка из двух брусков столкнётся с третьим и так далее. Все соударения предполагаются абсолютно неупругими. В результате возникает длинная цепочка, к которой присоединяются всё новые и новые бруски. Этот процесс и моделирует движение лавины по горному склону.

1. Пусть в цепочке движется n брусков. Определите приращение кинетической энергии ΔE цепочки после столкновения с (n+1)-м бруском по сравнению с энергией после столкновения с n-м бруском.
2. Найдите разность энергий цепочек из $n \gg 1$ и $\kappa > n$ брусков E_k - E_n.
3. Как сказывается на движении лавины учёт силы трения? Ответьте на вопросы предыдущих заданий, полагая, что угол наклона плоскости α больше «лавиноопасного» угла β.

2 Задача. (За пределами второй космической скорости)

Космический корабль стартует с Земли со скоростью v_0, превышающей вторую космическую. Стартовая скорость перпендикулярна прямой, соединяющей Землю с Солнцем, и направлена в сторону вращения Земли вокруг Солнца (рис. 13). С какой скоростью $\vec{v}$ корабль покинет Солнечную систему? Найдите модуль этой скорости и угол α, который она образует с прямой, соединяющей Землю и Солнце. Корабль движется по ветви гиперболы, изображённой на рисунке 13. Напомним, что для произвольной точки M гиперболы

$r_1 - r_2 = 2a$,

где a - расстояние от центра до вершины гиперболы, r_1 и r_2 - расстояния от произвольной точки M гиперболы до фокусов F1 и F_2 (рис. 13**).**

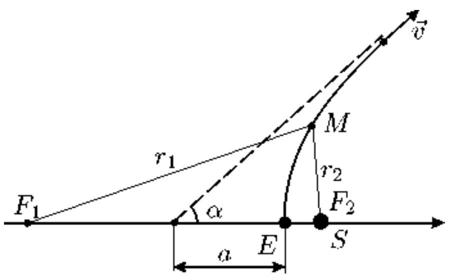


Рис. 13.

3 Задача. (Два кольца)

Два параллельных тонких кольца, радиусы которых одинаковы и равны R = 50 мм, имеют общую ось. Расстояние между кольцами d = 12 см. На первом кольце равномерно распределён заряд $q_1 = 8{,}2 \cdot 10^{-7}$ Кл, а на втором $q_2 = 6{,}0 \cdot 10^{-7}$ Кл. Найдите работу A сил электрического поля при перемещении заряда $q = 3{,}0 \cdot 10^{-9}$ Кл из центра одного кольца в центр другого.

4 Задача. (Зеркала)

Два плоских зеркала образуют двугранный угол, равный 90°. Собирающая линза с фокусным расстоянием F вставлена в угол так, что её главная оптическая ось составляет угол 45° с каждым зеркалом. Диаметр линзы равен 2F. На главной оптической оси линзы на расстоянии d = 1,5F от линзы находится источник света S. Найдите положение изображения источника света.

5 Задача. (Ледяной покров)

Оцените, на какую величину Δx за сутки увеличивается толщина льда, покрывающего водоём, при температуре окружающей среды t = -20 °C. В начале похолодания толщина льда была равна h = 20 см. Теплопроводность льда κ = 2,2 Вт/(м • K), его удельная теплота плавления $\lambda = 3{,}35 \cdot 10^5$ Дж/кг, а плотность $p = 900$кг/м^3.

по Математике

БИЛЕТ № 1

1. а) Решите уравнение $2\sin^2 x + \left(2-\sqrt{2}\right)\cos x + \sqrt{2} - 2 - 0$.

   б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};\ \frac{7\pi}{2}\right]$.
2. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$.
   а) Докажите, что прямая B_1D перпендикулярна плоскости A_1BC_1.
   б) Найдите угол между плоскостями AB_1C_1 и A_1B_1C.
3. Решите неравенство $\log_{x+1}(x-1)\cdot\log_{x+1}(x+2) \le 0$.
4. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение
   $|\log_5(x^2) - a| - |\log_5 x + 2a| = (\log_5 x)^2$ имеет ровно четыре решения.
5. Найдите все значения a, при которых система

$$\begin{cases} |2x^2 + y^2 - 1| + y^2 + 4y = 0 \\ y = 0{,}5x + a \end{cases}$$

имеет два или три корня.

БИЛЕТ № 2

1. а) Решите уравнение $\frac{\sin 2x}{\cos\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)} = 1$.

   б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi;\ -\frac{5\pi}{2}\right]$.
2. Ребро SA пирамиды $SABC$ перпендикулярно плоскости основания ABC.
   а) Докажите, что плоскость, проходящая через середины ребер AB, AC и SA, отсекает от пирамиды $SABC$ пирамиду, объем которой в 8 раз меньше объема пирамиды $SABC$.

   б) Найдите расстояние от вершины A до этой плоскости, если $SA=2\sqrt{5}$, $AB=AC=10$, $BC=4\sqrt{5}$.
3. Решите неравенство $\log_{2-x}(x+2)\cdot\log_{x+3}(3-x) \le 0$.
4. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение
   $|10\cdot 0{,}2^{1-x} - a| - |5^x + 2a| = 0{,}04^{-x}$ имеет ровно два неотрицательных решения.

5. Решите неравенство $2^x + 3\cdot 2^{-x} \le 4$.

БИЛЕТ № 3

1. Решите уравнение $\frac{3\mathrm{ctg}^2 x + 4\mathrm{ctg} x}{5\cos^2 x - 4\cos x} = 0$.
2. В пирамиде $SABC$ в основании лежит правильный треугольник ABC со стороной $2\sqrt{3}$, $SA=SC=\sqrt{33}$, $SB=7$. Точка O – основание высоты пирамиды, проведенной из вершины S.
   а) Докажите, что точка O лежит вне треугольника ABC.
   б) Найдите объем четырехугольной пирамиды $SABCO$.
3. Решите неравенство $\log^2_{|x|}(x^2) + \log_2(x^2) \le 8$.
4. Найдите все положительные значения a, при каждом из которых множество решений неравенства

$$1 \le \frac{a + x^2 + 2\log_5(a^2-4a+5)}{30\sqrt{17x^4 + 5x^2 + a + 1 + \log_5^2(a^2-4a+5)}}$$

состоит из одной точки, найдите это решение.

5. Решите неравенство $2^x + 3\cdot 2^{-x} \le 4$.

БИЛЕТ № 4

1. а) Решите уравнение $7^{x^2-2x} + 7^{x^2-2x-1} = 56$.
   б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1;\ 1]$.
2. В правильной шестиугольной пирамиде *SABCDEF* с вершиной *S* боковые ребра равны 2, а стороны основания – 1.
   а) Докажите, что плоскость, проходящая через вершину *S* и середины ребер *AF* и *CD*, перпендикулярна плоскости основания.
   б) Найдите косинус угла между прямой *AC* и плоскостью *SAF*.
3. Решите неравенство $\log_{x^3-9x^2+27x-27}(9-x) \geq 0$.
4. Найдите все значения *k*, при каждом из которых уравнение
   $\frac{6k-(2-3k)\cos t}{\sin t-\cos t} = 2$ имеет хотя бы одно решение на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
5. Найдите все значения *a*, при каждом из которых уравнение
   $|\log_5(x^2) - a| - |\log_5 x + 2a| = (\log_5 x)^2$ имеет ровно четыре решения.

БИЛЕТ № 5

1. а) Решите уравнение $\frac{2\cos x-\sqrt{3}}{\sqrt{7\sin x}} = 0$.
   б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.
2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания $AB=7\sqrt{3}$, а боковое ребро $AA_1=8$.
   а) Докажите, что плоскость BCA_1 перпендикулярна плоскости, проходящей через ребро AA_1 и середину ребра B_1C_1.
   б) Найдите тангенс угла между плоскостями BCA_1 и BB_1C_1.
3. Решите неравенство $2^x + 3 \cdot 2^{-x} \leq 4$.
4. Найдите все значения *a*, при каждом из которых уравнение
   $$a^2 + 7|x+1| + 5\sqrt{x^2+2x+5} = 2a + 3|x-4a+1|$$
   имеет хотя бы один корень.
5. Решите неравенство $\log_{2-x}(x+2) \cdot \log_{x+3}(3-x) \leq 0$.

БИЛЕТ № 6

1. а) Решите уравнение $\frac{\sqrt{3}\mathrm{tg}x+1}{2\sin x-1} = 0$.
   б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{9\pi}{2};\ 6\pi\right]$.
2. В пирамиде *SABC* известны длины ребер *AB*=*AC*=*SB*=*SC*=10, *BC*=*SA*=12. Точка К – середина ребра *BC*.
   а) Докажите, что плоскость *SAK* перпендикулярна плоскости *ABC*.
   б) Найдите расстояние между прямыми *SA* и *BC*.
3. Решите неравенство $x^3 + 5x^2 + \frac{28x^2+5x-30}{x-6} \leq 5$.
4. Найдите все значения *a*, при каждом из которых уравнение
   $$x^6 + (5a-8x)^3 + 3x^2 + 15a = 24x$$
   не имеет корней.
5. Найдите все значения *a*, при каждом из которых уравнение
   $|\log_5(x^2) - a| - |\log_5 x + 2a| = (\log_5 x)^2$ имеет ровно четыре решения.

БИЛЕТ № 7

1. а) Решите уравнение $2 \cdot 9^{x^2-4x+1} + 42 \cdot 6^{x^2-4x} - 15 \cdot 4^{x^2-4x+1} = 0$.
   б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1;\ 3]$.

2. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Расстояние между этими хордами равно $\sqrt{730}$.

а) Докажите, что центры оснований цилиндра лежат по разные стороны от этой плоскости.

б) Найдите угол между этой плоскостью основания цилиндра.

3. Решите неравенство $\log_{\frac{25-x^2}{16}} \frac{24+2x-x^2}{14} > 1$.

4. Найдите все значения a, при которых система

$$\begin{cases} |2x^2 + y^2 - 1| + y^2 + 4y = 0 \\ y = 0{,}5x + a \end{cases}$$

имеет два или три корня.

5. Решите неравенство $\log_{x^3-9x^2+27x-27}(9-x) \geq 0$.

Литература для самостоятельной подготовки

1. Дмитриева Е.И. Физика для инженерных специальностей Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2012.— 142 с.
2. Лозовский, В.Н. Курс физики. В 2-х тт. Т.1.: учебник. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2009. — 573 с.
3. Лозовский, В.Н. Курс физики. В 2-х тт. Т.2.: учебник. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2009. — 601 с.
4. Матвеев А. Н. Механика и теория относительности. М.; Высшая школа,1986 г., стр. 219-228.
5. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике., 8-ое издание, М.: Физматлит, 2008, 640с.
6. Волькенштейн. Задачник по курсу общей физики. М.: Высшая школа, 1982.
7. Трофимова Т.И., З.Г. Павлова. Сборник задач по курсу физики с решениями. Москва, ”Высшая школа” 1999г.